КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. АЛЬ-ФАРАБИ

**Механико-Математический факультет**

**Кафедра дифференциальных уравнений теории управления**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Утверждено на ученом совете факультетаПротокол №\_\_\_ от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2015 **Декан факультета**  **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_М. Бектемесов** |

**СИЛЛАБУС**

**Модуль № \_\_\_ “\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_”**

**«\_\_\_\_\_\_\_\_\_» «Вариационные методы»**

Механика, 4 курс, р/о, осенний семестр, 3 кредита

**Лектор**:

Серовайский Семен Яковлевич, доктор физико-математических наук, профессор

Телефоны: 275-39-34, 8-701-831-51-97

e-mail: serovajskys@mail.ru

офис: 307

**Цель и задачи курса:**

**Цель:**

Целью данного курса является систематическое изложение широкого класса вариационных методов.

**Задачи:**

* изложение общих решения задач вариационного исчисления,
* приложение вариационных методов к задачам теоретической механики и математической физики,
* описание практических методов решения экстремальных задач.

**Компетенции:**

Знание методов решения вариационных задач.

**Пререквизиты**:

Аналитическая механика, дифференциальные уравнения, математический анализ.

**Постреквизиты**:

Теория оптимального управления в задачах механики, обратные задачи механики, численные методы решения экстремальных задач.

**СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ КУРСА**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Неделя** | **содержание** | **часы** | **максимальная оценка** |
| **Модуль 1. Введение** | | | |
| **1** | **Лекция 1. Практические задачи на экстремум.** Максимизация дальности полета снаряда. Задача о брахистохроне. | 2 | 0 |
| **Семинарское занятие 1**. Практические примеры решения задач на экстремум | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 1**. Практические примеры решения задач на экстремум | 1 | 10 |
| **2** | **Лекция 2. Минимизация функций**. Условие стационарности. Примеры. Максимизация дальности полета снаряда. Минимизация функций многих переменных | 2 | 1 |
| **Семинарское занятие 2**. Минимизация функций и условие стационарности. | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 2**. Использование условия стационарности. | 1 | 10 |
| **Module 2. Вариационное исчисление** | | | |
| **3** | **Лекция 3. Уравнение Эйлера для задачи Лагранжа.** Задача Лагранжа. Уравнение Эйлера. Примеры. Падение тела. Принцип Ферма. | 2 | 2 |
| **Семинарское занятие 3**. Уравнение Эйлера для задачи Лагранжа | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 3.** Уравнение Эйлера для задачи Лагранжа. | 1 | 10 |
| **4** | **Лекция 4. Задача Лагранжа для семейства функций.** Постановка задачи. Система уравнений Эйлера. Примеры. Принцип наименьшего действия. | 2 | 1 |
| **Семинарское занятие 4**. Задача Лагранжа для семейства функций. | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 4**. Задача Лагранжа для семейства функций. | 1 | 10 |
| **5** | **Лекция 5. Задача Лагранжа при наличии старших производных.** Постановка задачи. Уравнение Эйлера - Пуассона. Пример. Колебание упругой балки. | 2 | 2 |
| **Семинарское занятие 5**. Задача Лагранжа при наличии старших производных. | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 5**. Задача Лагранжа при наличии старших производных. | 1 | 10 |
| **6** | **Лекция 6. Задача Лагранжа для функций многих переменных.** Постановка задачи. Уравнение Остроградского. Интеграл Дирихле. Колебание струны | 2 | 1 |
| **Семинарское занятие 6**. Задача Лагранжа для функций многих переменных | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 6.** Задача Лагранжа для функций многих переменных | 1 | 10 |
| **7** | **Лекция 7. Задача Больцы.** Постановка задачи. Необходимое условие экстремума. Условия трансверсальности. Пример. Задача переправы через реку. | 2 | 2 |
| **Семинарское занятие 7.** Задача Больцы. | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 7.** Задача Больцы. | 1 | 10 |
|  |  |  |
| **Border control 1** |  | **100** |
|  | | | |
| **8** | **Лекция 8. Вариационные задачи с изопериметрическими условиями.** Задачи с изопериметрическими ограничениями. Метод множителей Лагранжа. Спектральная задача. | 2 | 2 |
| **Семинарское занятие 8.** Вариационные задачи с изопериметрическими условиями. | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 8.** Вариационные задачи с изопериметрическими условиями. | 1 | 8 |
| **9** | **Лекция 9. Вариационные задачи с поточечными ограничениями.** Постановка задачи. Метод множителей Лагранжа. Пример. Колебание маятника. | 2 | 1 |
| **Семинарское занятие 9.** Вариационные задачи с поточечными ограничениями. | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 9.** Вариационные задачи с поточечными ограничениями. | 1 | 8 |
| **Module 3. Оптимальное управление** | | | |
| **10** | **Лекция 10. Простейшие оптимизационные задачи.** Максимизация дальности полета ракеты (Постановка задачи). Принцип максимума Понтрягина. Пример. Итерационные методы решения условий оптимальности | 2 | 1 |
| **Семинарское занятие 10.** Простейшие оптимизационные задачи. | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 10.** Простейшие оптимизационные задачи. | 1 | 8 |
| **11** | **Лекция 11. Оптимизационные задачи в векторном случае.** Постановка задачи. Принцип максимума Понтрягина. Пример. Максимизация дальности полета ракеты. | 2 | 2 |
| **Семинарское занятие 11.** Optimization control problems for the vector case. | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 11.** Optimization control problems for the vector case. | 1 | 8 |
| **12** | **Лекция 12. Оптимизационные задачи с фиксированным конечным состоянием.** Постановка задачи.Принцип максимума. Пример. Задачи оптимального быстродействия. Метод стрельбы | 2 | 1 |
| **Семинарское занятие 12.** Оптимизационные задачи с фиксированным конечным состоянием. | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 12.** Оптимизационные задачи с фиксированным конечным состоянием. | 1 | 8 |
| **13** | **Лекция 13. Дифференцирование функционалов и абстрактные экстремальные задачи.** Градиентные методы для функций. Производная Гато. Примеры. Градиентные методы для функционалов. | 2 | 2 |
| **Семинарское занятие 13.** Применение градиентных методов. | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 13.** Применение градиентных методов. | 1 | 8 |
| **14** | **Лекция 14**. **Вариационные неравенства**. Вариационные неравенства и задачи с ограничениями. Примеры. | 2 | 1 |
| **Семинарское занятие 14.** Вариационные неравенства. | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 14.** Вариационные неравенства. | 1 | 8 |
| **15** | **Лекция 15. Корректность задач на экстремум и методы регуляризации.** Существование, единственность и корректность задач на экстремум. Примеры. Понятие методов регуляризации. | 2 | 2 |
| **Семинарское занятие 15.** Корректность задач на экстремум и методы регуляризации | 1 | 3 |
| **Задание на СРС 15.** | 1 | 8 |
|  |  |  |
| **Рубежный контроль 2** |  | **100** |
|  | **Экзамен** |  | **100** |
|  | **Всего** |  | **100** |

**Литература**

**Основная:**

1. Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В. Оптимальное управление. – М., Наука, 1979.
2. Будылин А.М. Вариационное исчисление. – Санкт-Петербург, СПбГУ, 2001. – [http://www.newlibrary.ru/book/budylin\_a\_m\_/variacionnoe\_ischislenie.html](http://www.newlibrary.ru/book/budylin_a_m_/variacionnoe_ischislenie.html%20) .
3. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. В двух томах. – М.: МЦНМО, 2011.
4. Лутманов С.В. Курс лекций по методам оптимизации. – Ижевск, 2001.
5. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М., Наука, 1969.
6. Kirk D. E. Optimal Control Theory: An Introduction. – New Jersey, Englewood Cliffs, 2004. <http://www.amazon.com/Optimal-Control-Theory-Introduction-Engineering/dp/0486434842>
7. Serovajsky S. Practical Course of the Optimal Control Theory with Примеры. Almaty, Қазақ университеті, 2011.

**Additional:**

1. Габасов Р., Кириллова Ф. Качественная теория оптимальных процессов. – М., Наука, 1907. – 507 с.
2. Иоффе А. Д., Тихомиров В. М. Теория экстремальных задач. – М., Наука, 1974. – 480 с.
3. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. – М., Наука, 1977. – 744 с.
4. Ахиезер Н.И. Лекции по вариационному исчислению. – М., ГИТТЛ, 1956.
5. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. – М., Физматгиз, 1961.
6. Краснов М.Л., Макаренко Г.И, Киселев А.И. Вариационное исчисление. – М., Наука, 1973.
7. Лаврентьев М.А., Люстерник Л.А. Основы вариационного исчисления. Том 2. – М., ОНТИ, 1935.

АКАДЕМИЧЕСКАЯ Политика курса

Все виды работ необходимо выполнять и защищать в указанные сроки. Студенты, не сдавшие очередное задание или получившие за его выполнение менее 50% баллов, имеют возможность отработать указанное задание по дополнительному графику. Студенты, пропустившие лабораторные занятия по уважительной причине, отрабатывают их в дополнительное время в присутствии лаборанта, после допуска преподавателя. Студенты, не выполнившие все виды работ, к экзамену не допускаются. Кроме того, при оценке учитывается активность и посещаемость студентов во время занятий.

будьте толерантны, уважайте чужое мнение. Возражения формулируйте в корректной форме. Плагиат и другие формы нечестной работы недопустимы. Недопустимы подсказывание и списывание во время сдачи СРС, промежуточного контроля и финального экзамена, копирование решенных задач другими лицами, сдача экзамена за другого студента. Студент, уличенный в фальсификации любой информации курса, несанкционированном доступе в Интранет, пользовании шпаргалками, получит итоговую оценку «F».

За консультациями по выполнению самостоятельных работ (СРС), их сдачей и защитой, а также за дополнительной информацией по пройденному материалу и всеми другими возникающими вопросами по читаемому курсу обращайтесь к преподавателю в период его офис-часов.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Letter mark | Number mark | % | Traditional mark |
| А | 4,0 | 95-100 | Very good |
| А- | 3,67 | 90-94 |
| В+ | 3,33 | 85-89 | Good |
| В | 3,0 | 80-84 |
| В- | 2,67 | 75-79 |
| С+ | 2,33 | 70-74 | Satisfactory |
| С | 2,0 | 65-69 |
| С- | 1,67 | 60-64 |
| D+ | 1,33 | 55-59 |
| D- | 1,0 | 50-54 |
| F | 0 | 0-49 | Non satisfactory |
| I  (Incomplete) | - | - | «The course is not finished»  (*do not take into consideration of GPA)* |
| P  (Pass) | **-** | **-** | «given a credit»  (*do not take into consideration of GPA)* |
| NP  (No Рass) | **-** | **-** | «did not give a credit»  (*do not take into consideration of GPA)* |
| W  (Withdrawal) | - | - | «renunciation of the course»  (*do not take into consideration of GPA)* |
| AW  (Academic Withdrawal) |  |  | Renunciation of the course by academic cause  (*do not take into consideration of GPA)* |
| AU  (Audit) | - | - | «the course is listen»  (*do not take into consideration of GPA)* |
| Атт. |  | 30-60  50-100 | Attested |
| Не атт. |  | 0-29  0-49 | No attested |
| R (Retake) | - | - | Retake the course |

Session № \_\_ of « \_\_ » \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2013.

**Head of the Department S. Muhambetzhanov**

**Lecturer S. Serovajsky**